Schulinterne Lehrpläne Mathematik

Klasse 5 — 1. Halbjahr

Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.

prozessbezogene Kompetenzen	inhaltsbezogene Kompetenzen	Lehrbuchseiten (EdM 5)
Lesen: Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wieder geben ***Lösen:*** Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen ermitteln ***Interpretieren:*** Informationen aus Tabellen und Diagrammen in einfachen Sachzusammenhängen ablesen ***Beurteilen:*** statistische Darstellungen lesen und interpretieren ***Darstellen:*** Präsentationsmedien (z. B. Folie, Excel, Tafel) nutzen, aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und Ergebnisse im Merkheft dokumentieren ***Lösen:*** elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen nutzen	***Darstellen:*** Beziehungen zwischen Zahlen und zwischen Größen in Tabellen und Diagrammen; Zahlen in Stellenwertsystemen (Zweiersystem); römische Zahlen ***Ordnen:*** Natürliche Zahlen ordnen und runden ***Darstellen:*** Größen in Sach- und Alltagssituationen mit geeigneten Maßeinheiten angeben ***Anwenden:*** Mit Größen unter Beachtung einer Vergleichseinheit rechnen	Kapitel 1 ***Natürliche Zahlen und Größen:*** natürliche Zahlen, Zahlenstrahl, Maßstab, Säulen-, Bild-, Liniendiagramme, Tabellen, Größen, Umrechnung von Längen, Gewichten, Geldwerten, Zeitpunkte und Zeitspannen, Größen im Alltag
Verbalisieren: mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern ***Lösen:*** Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen ermitteln ***Reflektieren:*** Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung deuten	***Operieren:*** Ausführung sämtlicher Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen, Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren ***Anwenden:*** arithmetische Kenntnisse über Zahlen anwenden, Rechenvorteile erkennen und nutzen, Überschlagsrechnungen durchführen, eine Probe als Kontrollinstrument nutzen	Kapitel 2 ***Rechnen mit natürlichen Zahlen:*** Grundrechenarten, Terme, Klammerregeln, Potenzen, Aufstellen von Termen, Teiler, Teilbarkeitsregeln, Primzahlen

Klasse 5		**2. Halbjahr**
Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.		
prozessbezogene Kompetenzen	**inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Lehrbuchseiten (EdM 5)**
Erkunden: inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wiedergeben und ihnen die relevanten Größen entnehmen; in einfachen Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen finden ***Mathematisieren*:** Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Figuren, Diagramme) übersetzen ***Konstruieren:*** Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen nutzen ***Präsentieren:*** Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen präsentieren	***Erfassen:*** die geometrischen Grundbegriffe zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren verwenden Grundfiguren und Körper benennen, beschreiben und in der Umwelt identifizieren; deren Eigenschaften erkennen und benennen ***Konstruieren:*** Grundlegende Figuren und Muster zeichnen (auch im 1. Quadranten des Koordinatensystems) Schrägbilder skizzieren, Netze von Würfeln und Quadern entwerfen und die Körper herstellen	Kapitel 3 ***Körper und Figuren:*** Gerade, Halbgerade, Strecke, parallele und senkrechte Geraden, Vierecke, Kreise, Symmetrie, Schrägbilder
Vernetzen: Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung setzen (z.B. Produkt und Fläche; Quadrat und Rechteck; Länge, Umfang, Fläche und Volumen)	***Messen:*** Längen und Umfänge von einfachen Vielecken bestimmen, Flächeninhalte bei Rechtecken bestimmen, Oberflächeninhalte und Volumina bei Quadern ermitteln, Schätzen der zugehörigen Größen	Kapitel 4 ***Flächen - Rauminhalte:*** Umfang, Flächen- und Rauminhalte, Oberflächeninhalte, Maßeinheiten
Mathematisieren*:** Situationen aus Sachaufgaben in das mathematische Modell der Brüche übersetzen ***Vernetzen: Rechenoperationen (Division und Multiplikation) im Modell der Brüche sachgerecht in Beziehung setzen	***Darstellen:*** Bruchteile auf verschiedene Weise kennzeichnen, Größenanteile mit anderen Einheiten angeben ***Operieren:*** Teil des Ganzen, Anteile und das Ganze in den Grundaufgaben bestimmen	Kapitel 5 ***Anteile - Brüche:*** Anteile am Ganzen, Stammbrüche, Brüche als Maßzahlen, Grundaufgaben

Klasse 6		1. Halbjahr
Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.		
prozessbezogene Kompetenzen	**inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Lehrbuchseiten (EdM 6)**
Darstellen: Präsentationsmedien (z. B. Folie, Tabellenkalkulation, Tafel) nutzen; aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und Ergebnisse im Merkheft dokumentieren ***Lösen:*** elementare mathematische Regeln und Verfahren (Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen nutzen ***Lesen:*** Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wieder geben ***Verbalisieren:*** mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern ***Kommunizieren:*** bearbeiten Probleme im Team; sprechen über eigene und vorgegebene Lösungswege, Darstellungen und Ergebnisse; finden, erklären und korrigieren Fehler	***Darstellen:*** Bruchzahlen zur Beschreibung von Anteilen, als Maßzahlen von Größen im Alltag, als Quotienten und als Prozentsätze nutzen; Bruchzahlen am Zahlenstrahl darstellen ***Ordnen:*** Bruchzahlen ordnen und vergleichen ***Operieren:*** Ausführung der Addition und Subtraktion mit Bruchzahlen unter Ausnutzung von Rechenvorteilen, Ausführung der Multiplikation eines Bruches mit natürlichen Zahlen und der Division eines Bruches durch nat. Zahlen ***Anwenden:*** arithmetische Kenntnisse über Zahlen anwenden, Rechenvorteile erkennen und nutzen, Überschlagsrechnungen durchführen, eine Probe als Kontrollinstrument nutzen ***Interpretieren:*** Informationen aus Tabellen und Diagrammen in einfachen Sachzusammenhängen ablesen	Kapitel 1 **Bruchzahlen** Erweitern und Kürzen, Prozentrechnung, Bruchzahlen am Zahlenstrahl, Ordnen von Bruchzahlen, Addieren und Subtrahieren, Kommutativgesetz und Assoziativgesetz, Vervielfachen und Teilen von Bruchzahlen
Lösen: Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen ermitteln ***Reflektieren:*** Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung deuten	***Anwenden:*** arithmetische Kenntnisse über Zahlen anwenden, Rechenvorteile erkennen und nutzen, Überschlagsrechnungen durchführen, eine Probe als Kontrollinstrument nutzen ***Operieren:*** Ausführung sämtlicher Grundrechenarten mit Dezimalbrüchen, Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren	Kapitel 2 **Dezimalbrüche** Dezimale Schreibweise von Brüchen, Ordnen von Dezimalbrüchen, Runden, Säulendiagramme mit Dezimalbrüchen, vier Grundrechenarten mit Dezimalbrüchen, Rechengesetze

Klasse 6 — 2. Halbjahr

Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.

prozessbezogene Kompetenzen	inhaltsbezogene Kompetenzen	Lehrbuchseiten (EdM 6)
Erkunden: inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wiedergeben und ihnen die relevanten Größen entnehmen; in einfachen Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen finden ***Mathematisieren:*** Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Figuren, Diagramme) übersetzen ***Konstruieren:*** Lineal, Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen nutzen ***Präsentieren:*** Ideen und Ergebnisse in kurzen Beiträgen präsentieren ***Vernetzen:*** Rechenoperationen im Modell der Brüche sachgerecht in Beziehung setzen	***Erfassen:*** die geometrischen Begriffe zur Beschreibung von Winkeln verwenden, Winkel beschreiben und in der Umwelt identifizieren; Grundfiguren (Dreieck, besondere Vierecke, Kreis) benennen, charakterisieren und in der Umwelt identifizieren ***Messen:*** Winkelgrößen schätzen und durch Messen bestimmen, Flächeninhalte von Vierecken schätzen und bestimmen messen ***Konstruieren:*** Symmetrische Figuren durch Spiegelung erzeugen (auch im 1. Quadranten des Koordinatensystems) Bandornamente herstellen ***Operieren:*** Berechnungen von Flächeninhalten mithilfe der zugehörigen Formeln durchführen ***Anwenden:*** arithmetische Kenntnisse über Zahlen anwenden, Rechenvorteile erkennen und nutzen, Überschlagsrechnungen durchführen, eine Probe als Kontrollinstrument nutzen	Kapitel 3 **Kreis-Winkel-Abbildungen** Kreis, Halbgerade, Winkel, Kreisausschnitt, Geraden- und Punktspiegelung (Symmetrie), Parallelverschiebung Kapitel 4 **Berechnungen an Vielecken** Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken, Umfang
Vernetzen: Rechenoperationen im Modell der Brüche sachgerecht in Beziehung setzen ***Darstellen:*** Veranschaulichen von Termen in Rechenbäumen ***Lösen:*** elementare mathematische Regeln und Verfahren (Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen nutzen ***Reflektieren:*** Ergebnisse im Hinblick auf die Problemstellung deuten	***Operieren:*** Ausführung der Multiplikation und Division bei Brüchen ***Anwenden:*** arithmetische Kenntnisse über Zahlen anwenden, Rechenvorteile erkennen und nutzen, Überschlagsrechnungen durchführen, eine Probe als Kontrollinstrument nutzen	Kapitel 5 **Multiplizieren u. Dividieren von Bruchzahlen** Multiplikation, Division bei Brüchen, Terme (Verbindung aller Grundrechenarten), Rechengesetze
Lesen: Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wieder geben ***Mathematisieren:*** Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme, Figuren, Diagramme) übersetzen ***Verbalisieren:*** mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern ***Präsentieren:*** Beiträge und Ideen in kurzen Beiträgen vorstellen ***Werkzeuge:*** Eine Tabellenkalkulation zur Erfassung und Auswertung von Daten nutzen	***Erheben***: Daten erheben; in Ur- und Strichlisten erfassen ***Darstellen:*** Häufigkeiten zusammenstellen, die zugehörigen Anteile im Diagramm darstellen ***Auswerten:*** Mittelwerte als Kenngrößen von Datenreihen bestimmen ***Beurteilen:*** statistische Darstellungen lesen und interpretieren	Kapitel 6 **Statistische Daten** Thema: Wir erheben Daten und werten sie mit einer Tabellenkalkulation (z.B. Excel) aus. Absolute und relative Häufigkeiten, Diagramme, Mittelwerte, Bildliche Darstellung statistischer Daten und deren Wirkung auf den Betrachter
Lesen: Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wieder geben ***Präsentieren:*** Beiträge und Ideen in kurzen Beiträgen vorstellen ***Verbalisieren:*** mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern ***Kommunizieren:*** bearbeiten Probleme im Team; sprechen über eigene und vorgegebene Lösungswege, Darstellungen und Ergebnisse; finden, erklären und korrigieren Fehler ***Lösen:*** Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Überschlagen ermitteln	***Darstellen:*** ganze Zahlen auf verschiedene Weise darstellen (Zahlengerade) ***Ordnen:*** ganze Zahlen ordnen und vergleichen ***Operieren:*** Addition und Multiplikation mit ganzen Zahlen ausführen ***Anwenden:*** arithmetische Kenntnisse über Zahlen anwenden, Rechenvorteile erkennen und nutzen, Überschlagsrechnungen durchführen, eine Probe als Kontrollinstrument nutzen	Kapitel 7 **Ganze Zahlen** Einführung ganzer Zahlen, Koordinatensystem, Beschreibung von Änderungen mit ganzen Zahlen, Addition ganzer Zahlen, Multiplikation ganzer Zahlen

Klasse 7 — 1. Halbjahr

Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.

prozessbezogene Kompetenzen	inhaltsbezogene Kompetenzen	Lehrbuchseiten (EdM 7)
Lesen: SuS ziehen Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph), strukturieren und bewerten sie ***Verbalisieren:*** SuS erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (hier: Dreisatz) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen ***Kommunizieren:*** SuS vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen ***Lösen:*** SuS planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems ***Reflektieren:*** SuS überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen und Überschlagsrechnungen ***Mathematisieren:*** SuS übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle ***Validieren:*** SuS überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell ***Realisieren:*** SuS ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graph) eine passende Realsituation zu	**Funktionen: Proportionale und antiproportionale Zuordnungen** ***Darstellen:*** SuS stellen Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, in Graphen und in Termen dar und wechseln zwischen diesen Darstellungen ***Anwenden:*** SuS wenden Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfachen Dreisatzverfahren zur Lösung außer- und innermath matischer Problemstellungen an	Kapitel 1 **Zuordnungen** Proportionale Zuordnungen, Quotientengleichheit, Antiproportionale Zuordnungen, Produktgleichheit, Dreisatz, Zusammengesetzte Zuordnungen
Argumentieren/Kommunizieren ***Verbalisieren:*** SuS erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen ***Kommunizieren:*** SuS vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen **Werkzeuge** ***Berechnen:*** SuS nutzen den Taschenrechner **Problemlösen** ***Lösen:*** SuS nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität ***Reflektieren:*** SuS überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen und Überschlagsrechnungen **Modellieren** ***Mathematisieren:*** SuS übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle ***Validieren:*** SuS überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell	**Prozentrechnung und Zinsrechnung** ***Anwenden:*** SuS berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung). SuS e stellen Kreis- und Säulendiagramme.	Kapitel 2 **Prozentrechung** Prozentbegriff, Berechnungen von Prozentwerten, Grundwerten und Prozentsätzen, Kreis- und Streife diagramme, Berechnungen zur Zinsrechnung (Jahreszinsen, Tageszinsen, Umkehraufgaben),
Argumentieren/Kommunizieren ***Präsentieren:*** SuS präsentieren Lösungswege in kurzen, vorbereiteten Beiträgen ***Kommunizieren:*** SuS vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen **Werkzeuge** ***Erkunden:*** SuS nutzen evtl. Tabellenkalkulation zum Erkunden inner und außermathematischer Zusammenhänge ***Darstellen:*** SuS tragen evtl. Daten in elektronischer Form zusammen und stellen sie mithilfe einer Tabellenkalkulation dar	**Stochastik: Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit** ***Erheben:*** SuS planen Datenerhebungen, führen sie durch und nutzen zur Erfassung evtl. auch eine Tabellenkalkulation ***Auswerten:*** SuS benutzen relative Häufigkeiten von langen Versuchsreihen zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten ***Beurteilen:*** SuS nutzen Wahrscheinlichkeiten zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten	Kapitel 3 **Stochastik** Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit, Laplace-Wahrscheinlichkeit

Klasse 7 — 2. Halbjahr

Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.

prozessbezogene Kompetenzen	inhaltsbezogene Kompetenzen	Lehrbuchseiten (EdM 7)
Argumentieren/Kommunizieren ***Verbalisieren:*** SuS erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen **Werkzeuge** ***Erkunden:*** SuS nutzen evtl. Geometriesoftware zum Erkunden innermathematischer Zusammenhänge. **Problemlösen** ***Erkunden:*** SuS untersuchen Muster bei Figuren und stellen Vermutungen auf ***Lösen:*** SuS wenden die Problemlösestrategie „Zurückführen auf Bekanntes" an	**Geometrie: Figuren, Winkel und Kongruenzsätze** ***Erfassen:*** SuS benennen und charakterisieren rechtwinklige, gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke ***Anwenden:*** SuS erfassen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie und einfachen Winkelsätzen ***Konstruieren:*** SuS zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen	Kapitel 4 und Kapitel 7 **Figuren, Winkel und Kongruenz** Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende, Winkel in Dreiecken, kongruente Figuren und Kongruenzsätze, In- und Umkreis, Höhen im Dreieck
Problemlösen ***Erkunden:*** SuS untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und stellen Vermutungen auf ***Lösen:*** SuS nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität **Argumentieren/Kommunizieren** ***Vernetzen:*** SuS geben Ober- und Unterbegriffe an und führen Beispiele und Gegenbeispiele als Beleg an. **Werkzeuge** ***Berechnen:*** SuS nutzen den Taschenrechner	**Arithmetik/Algebra: Rationale Zahlen** ***Ordnen:*** SuS ordnen und vergleichen rationale Zahlen ***Operieren:*** SuS führen Grundrechenarten für rationale Zahlen aus (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) ***Systematisieren:*** SuS nennen außermathematische Gründe und Beispiele für die Zahlbereichserweiterungen von den natürlichen zu den rationalen Zahlen	Kapitel 5 **Rationale Zahlen** Anordnung und Betrag, Gegenzahlen, Grundrechenarten, Distributivgesetz, Terme
Argumentieren/Kommunizieren ***Verbalisieren:*** SuS erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen **Problemlösen** ***Lösen:*** SuS nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität, SuS überprüfen bei einem Problem die Möglichkeit mehrer Lösungswege **Modellieren** ***Mathematisieren:*** SuS übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle ***Validieren:*** SuS überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell	**Arithmetik/Algebra: Terme und Gleichungen** ***Operieren:*** SuS lösen lineare Gleichungen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und nutzen die Probe als R chenkontrolle	Kapitel 6 **Terme und Gleichungen** Aufstellen, Berechnen und Vereinfachen von Termen, Multiplizieren von Summen, Äquivalenzumformungen, Lösen von einfachen Gleichungen

Klasse 8 — 1. Halbjahr

Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.

prozessbezogene Kompetenzen	inhaltsbezogene Kompetenzen	Lehrbuchseiten (EdM 8)
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Verbalisieren:*** SuS erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen	**Arithmetik/Algebra - mit Zahlen und Symbolen umgehen** SuS fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus und faktorisieren sie mit einem einfachen Faktor; sie nutzen binomische Formeln als Rechenstrategie	Kapitel 1 **Terme und Gleichungen mit Klammern** Ausklammern, Auflösen von Klammern, binomische Formeln
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Lesen:*** SuS ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graf), strukturieren und bewerten sie ***Vernetzen:*** SuS setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung (z. B. Gleichungen und Grafen) **Problemlösen** ***Lösen:*** SuS planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems, SuS nutzen verschiedene Darstellungsformen (z. B. Tabellen, Skizzen, Gleichungen) zur Problemlösung ***Reflektieren:*** SuS überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen **Modellieren** ***Mathematisieren:*** SuS übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Lineare Funktionen, Gleichungen) ***Validieren:*** SuS überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell ***Realisieren:*** SuS ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graf, Gleichung) eine passende Realsituation zu	**Funktionen - Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden** ***Interpretieren:*** SuS interpretieren Grafen von Zuordnungen und Terme linearer funktionaler Zusammenhänge ***Anwenden:*** SuS verwenden ihre Kenntnisse über rationale Zahlen und lineare Gleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme	Kapitel 2 **Lineare Funktionen**
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Kommunizieren:*** SuS vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen ***Begründen:*** SuS nutzen mathematisches Wissen für Begründungen, auch in mehrschrittigen Argumentationen **Problemlösen** SuS nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität, SuS überprüfen bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege, SuS überprüfen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit **Werkzeuge** ***Berechnen:*** Die SuS nutzen den Taschenrechner	**Arithmetik/Algebra - mit Zahlen und Symbolen umgehen** ***Operieren:*** Die SuS lösen lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle	Kapitel 3 **Lineare Gleichungen mit zwei Variablen** Systeme linearer Gleichungen
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Lesen:*** SuS ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graf), strukturieren und bewerten sie	**Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten** SuS planen Datenerhebungen, führen sie durch und nutzen zur Erfassung evtl. eine Tabellenkalkulation, SuS nutzen Median, Spannweite und Quartile zur Darstellung von Häufigkeitsverteilungen als Boxplots, SuS interpretieren Spannweite und Quartile in statistischen Darstellungen	Kapitel 4 **Daten und Zufall** Streuung bei Häufigkeitsverteilungen, Boxplots, Baumdiagramme, Summenregel, Pfadregel

Klasse 8		2. Halbjahr
Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.		
prozessbezogene Kompetenzen	**inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Lehrbuchseiten (EdM 8)**
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Verbalisieren:*** Sie erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präsentieren sie mit geeigneten Fachbegriffen ***Begründen:*** Sie nutzen mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten	**Arithmetik/Algebra - mit Zahlen und Symbolen umgehen** ***Systematisieren:*** SuS unterscheiden rationale und irrationale Zahlen und erläutern die Bestimmung durch Intervallschachtelung. Sie nennen inner- und außermathematische Gründe und Beispiele für die Zahlenbereichserweiterung von den rationalen zu den reellen Zahlen ***Operieren:*** Sie wenden das Radizieren als Umkehren des Potenzierens an; berechnen und überschlagen Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf	Kapitel 5 **Quadratwurzeln – Reelle Zahlen** Rechengesetze für Wurzeln
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Verbalisieren:*** SuS erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen **Problemlösen** ***Lösen:*** SuS wenden die Problemlösestrategien „Zurückführen auf Bekanntes" (Konstruktion von Hilfslinien, Zwischenrechnungen), „Spezialfälle finden" und „Verallgemeinern" an ***Reflektieren:*** SuS überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen	**Geometrie - ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen** ***Messen:*** Sie schätzen und bestimmen Umfänge und Flächeninhalte von Kreisen und zusammengesetzten Flächen sowie Oberflächen und Volumina von Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln ***Erfassen:*** Sie benennen und charakterisieren Körper (Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugeln) und identifizieren sie in ihrer Umwelt ***Konstruieren:*** Sie konstruieren Schrägbilder, entwerfen Netze von Zylindern	Kapitel 6 **Kreis- und Körperberechnungen**

Klasse 9 — 1. Halbjahr

Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.

prozessbezogene Kompetenzen	inhaltsbezogene Kompetenzen	Lehrbuchseiten (EdM 9)
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Lesen:*** SuS ziehen Informationen aus Text, Bild, Wertetabelle, Graph, strukturieren und bewerten sie ***Vernetzen:*** SuS setzen Begriffe und Verfahren miteinander in Beziehung (z. B. Gleichungen und Graphen (Parabeln)) **Problemlösen** ***Lösen:*** SuS planen und beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems, SuS nutzen verschiedene Darstellungsformen (z. B. Tabellen, Skizzen, Gleichungen) zur Problemlösung ***Reflektieren:*** SuS überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen **Modellieren** ***Mathematisieren:*** SuS übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle (Quadratische Funktionen, Quadratische Gleichungen) ***Validieren:*** SuS überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation und verändern ggf. das Modell ***Realisieren:*** SuS ordnen einem mathematischen Modell (Tabelle, Graph, Gleichung) eine passende Realsituation zu und finden zu einer Realsituation ein geeignetes mathematisches Modell **Werkzeuge** ***Berechnen:*** Die SuS nutzen den Taschenrechner und evtl. Tabellenkalkulation	**Funktionen - Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden** **Algebra - mit Zahlen und Symbolen umgehen (Gleichungen)** ***Gleichungen lösen:*** SuS lösen einfache quadratische Gleichungen mit quadratischer. Ergänzung, pq-Formel und Gleichungsfunktion des Taschenrechners ***Interpretieren:*** SuS interpretieren Graphen von Zuordnungen und Terme quadratischer funktionaler Zusammenhänge, deuten die Parameter der Termdarstellung in der graphischen Darstellung von linearen und quadratischen Funktionen ***Anwenden:*** SuS verwenden ihre Kenntnisse über quadratische Gleichungen und Funktionen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme (z.B. Optimierungsprobleme)	Kapitel 2 **Quadratische Funktionen und Gleichungen** Quadratfunktion, graphische Verfahren, Verschieben und Strecken der Normalparabel, Lösen quadratischer Gleichungen, Modellieren mithilfe quadratischer Gleichungen
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Kommunizieren:*** SuS vergleichen und bewerten Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen ***Begründen/Beweisen:*** SuS nutzen mathematisches Wissen für Begründungen und Beweise, auch in mehrschrittigen Argumentationen **Problemlösen** SuS nutzen Strategien zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität, SuS überprüfen bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege und zerlegen die Probleme in Teilprobleme, SuS überprüfen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit **Werkzeuge** ***Berechnen:*** Die SuS nutzen den Taschenrechner und evtl. Geometriesoftware **Problemlösen** ***Lösen:*** SuS wenden die Problemlösestrategie „Zurückführen auf Bekanntes" an und überprüfen und bewerten Problembearbeitungen	**Geometrie - ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen** SuS entdecken den Satz des Thales und begründen mit seiner Hilfe Eigenschaften von Figuren, wenden den Satz des Pythagoras zur Berechnung geometrischer Größen an, lernen einfache geometrische Beweise kennen und verwenden Sinus, Kosinus und Tangens zur Berechnung von rechtwinkligen Dreiecken ***Anwenden:*** SuS wenden geometrische Sätze auf reale Fragestellungen an, verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung periodischer Vorgänge	Kapitel 3 **Satz des Thales- Satz des Pythagoras-Trigonometrie** Satz des Thales, Satz des Pythagoras, Berechnung von Streckenlängen, Sinus, Kosinus, Tangens, Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken, periodische Vorgänge, Einheitskreis

Klasse 9		2. Halbjahr
Die im Entwurf angegebenen inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich am Lehrbuch ***Elemente der Mathematik*** und folgen der dort angebotenen Stoffabfolge. Die im Kernlehrplan geforderten Kompetenzbereiche werden selbstverständlich in Teilen auch dann erfasst, wenn sie hier wegen der Schwerpunktsetzung nicht gesondert aufgelistet sind.		
prozessbezogene Kompetenzen	**inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Lehrbuchseiten (EdM 9)**
Werkzeuge ***Berechnen:*** Die SuS nutzen den Taschenrechner **Problemlösen** SuS nutzen Strategien zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität, SuS überprüfen bei einem Problem die Möglichkeit mehrerer Lösungen oder Lösungswege, SuS überprüfen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit	**Algebra - mit Zahlen und Symbolen umgehen** SuS lesen und schreiben Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise, erläutern die Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten, lernen die Potenzgesetze kennen und anwenden und benutzen die Zinseszinsformel zur Berechnung von Zinsen bei mehrjähriger Laufzeit	Kapitel 4 **Potenzen- Zinseszins** Potenzen mit ganzzahligen Exponenten, Potenzgesetze, Zinseszins, n-te Wurzeln
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Verbalisieren:*** SuS erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präsentieren sie mit geeigneten Fachbegriffen ***Begründen:*** SuS nutzen mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten	**Geometrie - ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen** SuS benennen charakteristische Körper und identifizieren sie in ihrer Umwelt, skizzieren Schrägbilder, erarbeiten Formeln und schätzen und berechnen die Oberflächeninhalte und Volumina von Pyramiden, Kegeln und Kugeln ***Anwenden:*** SuS wenden die erarbeiteten Formeln auf reale Probleme an	Kapitel 5 **Pyramide, Kegel, Kugel** Oberflächeninhalt von Pyramide und Kegel, Volumen von Pyramide und Kegel, Kugel
Argumentieren/Kommunizieren/Präsentieren ***Verbalisieren:*** SuS erläutern die Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen) mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen ***Reflektieren:*** SuS überprüfen und bewerten Ergebnisse durch Plausibilitätsüberlegungen ***Interpretieren:*** SuS überprüfen statistische Vorhersagen und interpretieren Ergebnisse **Werkzeuge** SuS nutzen evtl. selbstständig Print- und elektronische Medien zur Informationsbeschaffung	**Stochastik- Arbeiten mit Daten und Zufall** SuS analysieren graphische statistische Darstellungen, erkennen Manipulationen, erstellen Vierfeldertafeln und schätzen Risiken und Chancen ab (z.B. bei Medikamententests und Indikationsverfahren)	Kapitel 6 **Daten und Zufall** Analyse graphischer Darstellungen, Darstellung von Daten in Tabellen („Vierfeldertafeln“), Abschätzen von Chancen und Risiken

Stufe EF			Übersicht
Unterrichtsreihe I Analysis 1	**Unterrichtsreihe II Analysis 2**	**Unterrichtsreihe III Analysis 3**	**Unterrichtsreihe IV Analysis 4**
Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen, ganzrationale Funktionen ***Zeitbedarf:*** 15 Std.	***Thema:*** Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate ***Zentrale Kompetenzen:*** Argumentieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Grundverständnis des Ableitungsbegriffs ***Zeitbedarf:*** 12 Std.	***Thema:*** Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen, Argumentieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen ***Zeitbedarf:*** 12 Std.	***Thema:*** Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen, Argumentieren ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen ***Zeitbedarf:*** 12 Std.
Unterrichtsreihe V Stochastik 1	**Unterrichtsreihe VI Stochastik 2**	**Unterrichtsreihe VII Geometrie 1**	**Unterrichtsreihe VIII Geometrie 2**
Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Mehrstufige Zufallsexperimente ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Bedingte Wahrscheinlichkeiten ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Koordinatisierungen des Raumes ***Zeitbedarf:*** 6 Std.	***Thema:*** Vektoren bringen Bewegung in den Raum ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Vektoren und Vektoroperationen ***Zeitbedarf:*** 9 Std.

Stufe EF	**Analysis 1**
Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.	
Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen, sie beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen, sie wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) und sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner, sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle) und zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.	Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

Stufe EF	Analysis 2
Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext, sie erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, sie deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten, sie deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung, sie beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion), sie leiten Funktionen graphisch ab und begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Argumentieren (Vermuten):*** Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen auf, sie unterstützen Vermutungen beispielgebunden und präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur. ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle) und zum grafischen Messen von Steigungen und sie nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	Für den Einstieg wird ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Weltrekorde der Sprinter, Fahrplan der Zugspitzbahn, Petras Schulweg etc.). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Der GTR wird zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Stufe EF	**Analysis 3**
Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, sie beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion), sie leiten Funktionen graphisch ab, sie begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen,sie nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und sie wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden), sie erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden) und sie wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen). ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) und sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.	Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Empfehlung: Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion. Dabei vermuten sie auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Analyse des Rechenweges werden die Vermutungen erhärtet. Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens. Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden. Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion (graphisches Ableiten) erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben IV (Thema E-A4) angeknüpft wird.

Stufe EF	Analysis 4
Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler leiten Funktionen graphisch ab, sie nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion, sie begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen, sie nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten, sie wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an, sie lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel, sie verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten, sie unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich und sie verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (Lösen) und sie wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen). ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen), sie berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) (Begründen) und sie erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (Beurteilen).	Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen werden auch Tangentengleichungen bestimmt.

Stufe EF	Stochastik 1
Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente, sie simulieren Zufallsexperimente, sie verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen, sie stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch und sie beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) und sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, zum Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, zum Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zum Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert).	Beim Einstieg ist eine ausschließliche Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden. Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

Stufe EF	Stochastik 2
Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln, sie bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten, sie prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit und sie bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren). ***Kommunizieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] (Rezipieren) und wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren).	Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Stufe EF	**Geometrie 1**
Thema: Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen	
Die Schülerinnen und Schüler wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum und sie stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar.	Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung). Als Alternative zum kartesischen Koordinatensystem sollten zumindest Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden.
Prozessbezogene Kompetenzen	
Modellieren: Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) und sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren). ***Kommunizieren (Produzieren):*** Die Schülerinnen und Schüler wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus und wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.	An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Stufe EF	**Geometrie 2**
Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren, sie stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar, sie berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes von Pythagoras, sie addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität und sie weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen) und sie wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen).	Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

Stufe Q1 Grundkurs			Übersicht
Unterrichtsreihe I Analysis 1	**Unterrichtsreihe II Analysis 2**	**Unterrichtsreihe III Geometrie 1**	**Unterrichtsreihe IV Geometrie 2**
Thema: Optimierungsprobleme ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Problemlösen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Funktionen als mathematische Modelle ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfelder:*** Funktionen und Analysis/Algebra ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** Funktionen als mathematische Modelle, Lineare Gleichungssysteme ***Zeitbedarf:*** 15 Std.	***Thema:*** Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** **Geometrie und Algebra** ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen), Lineare Gleichungssysteme ***Zeitbedarf:*** 9 Std.
Unterrichtsreihe V Geometrie 3	**Unterrichtsreihe VI Geometrie 4**	**Unterrichtsreihe VII Analysis 3**	**Unterrichtsreihe VIII Analysis 4**
Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen ***Zentrale Kompetenzen:*** Argumentieren, Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Lagebeziehungen ***Zeitbedarf:*** 6 Std.	***Thema:*** Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Skalarprodukt ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Von der Änderungsrate zum Bestand ***Zentrale Kompetenzen:*** Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Grundverständnis des Integralbegriffs ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Von der Randfunktion zur Integralfunktion ***Zentrale Kompetenzen:*** Argumentieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Integralrechnung ***Zeitbedarf:*** 12 Std.

Stufe Q1 Grundkurs	Analysis 1
Thema: Optimierungsprobleme	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese und sie verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) und sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren). ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden), sie wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) (Lösen), sie setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen), sie berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen), sie führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen) und sie vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren).	***Leitfrage:*** „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Stufe Q1 Grundkurs	**Analysis 2**
Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben"), sie beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung, sie verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, sie beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und sie wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren), sie verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen und zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen und nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen.	***Leitfrage:*** „Woher kommen die Funktionsgleichungen?" Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung" des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser" zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.

Stufe Q1 Grundkurs	Geometrie 1
Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar und sie interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext.	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.
Prozessbezogene Kompetenzen ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) und sie verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen Geodreiecke […], geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software und sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden und zum Darstellen von Objekten im Raum.	Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Stufe Q1 Grundkurs	Geometrie 2
Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler stellen Ebenen in Parameterform dar, sie untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen, sie berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, sie stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar, sie beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und sie interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) (Lösen), sie führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen), sie vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren), sie beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren) und sie analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen.	Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen. In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren. Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Stufe Q1 Grundkurs	Geometrie 3
Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden […].	***Hinweis:*** Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Verfeinerte Darstellungsweisen (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) helfen, dies zu vermeiden und Lagebeziehungen systematisch zu untersuchen.
Prozessbezogene Kompetenzen ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten), sie stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen), sie berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen) und sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen). ***Kommunizieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren), sie verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren), sie wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren), sie erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren) und sie vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren).	Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an. Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).

Stufe Q1 Grundkurs	Geometrie 4
Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es und sie untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung).	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.
Prozessbezogene Kompetenzen ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden), sie analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) (Lösen), sie wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen) und sie beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren).	Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Stufe Q1 Grundkurs	Analysis 3
Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe, sie deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext und sie skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Kommunizieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren), sie formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren), sie wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Produzieren), sie wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren), sie dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (Produzieren) und sie erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren).	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden. Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Stufe Q1 Grundkurs	Analysis 4
Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, sie erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung), sie nutzen die Intervalladditivität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) und Linearität von Integralen, sie bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, sie bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge, sie ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate und sie bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen auf (Vermuten), sie unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten), sie präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) und sie stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen […] digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen und sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse und zum Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals.	Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet (z. B. durch ein sog. Funktionendomino). In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Stufe Q2 Grundkurs		Übersicht
Unterrichtsreihe I Stochastik 1	**Unterrichtsreihe II Stochastik 2**	**Unterrichtsreihe III Stochastik 3**
Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ***Zeitbedarf:*** 6 Std.	***Thema:*** Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Binomialverteilung ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Modellieren mit Binomialverteilungen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Argumentieren ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Binomialverteilung ***Zeitbedarf:*** 9 Std.
Unterrichtsreihe IV Stochastik 4	**Unterrichtsreihe V Analysis 5**	**Unterrichtsreihe VI Analysis 6**
Thema: Von Übergängen und Prozessen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Argumentieren ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Stochastische Prozesse ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Natürlich: Exponentialfunktionen ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Fortführung der Differentialrechnung ***Zeitbedarf:*** 9 Std.	***Thema:*** Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** Fortführung der Differentialrechnung, Integralrechnung ***Zeitbedarf:*** 12 Std.

Stufe Q2 Grundkurs	Stochastik 1
Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben, sie erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und sie bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren).	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Stufe Q2 Grundkurs	Stochastik 2
Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente, sie erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, sie beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung und sie bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen […]. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […], sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, zum Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen, zum Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, zum Variieren der Parameter von Binomialverteilungen und zum Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung).	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen. Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Stufe Q2 Grundkurs	Stochastik 3
Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen und sie schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren). ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) und sie verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (Begründen).	In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment, die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette, die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße, die Unabhängigkeit der Ergebnisse und die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p. Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden. **Hinweis:** Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.

Stufe Q2 Grundkurs	Stochastik 4
Thema: Von Übergängen und Prozessen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen und sie verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren). ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen), sie stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen) und sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen).	***Hinweis:*** Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann. Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Stufe Q2 Grundkurs	Analysis 5
Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion, sie untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze, sie interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang und sie bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: natürliche Exponentialfunktion. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen), sie führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen) und sie variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen und zum grafischen Messen von Steigungen, sie entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus und sie nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall). Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden. Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Stufe Q2 Grundkurs	Analysis 6
Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze, sie interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext, sie bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, sie bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung), sie wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an, sie wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an, sie bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge, und sie ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (Mathematisieren), sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren), sie verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren).	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

Stufe Q1 Leistungskurs					Übersicht
Unterrichtsreihe I Analysis 1	**Unterrichtsreihe II Analysis 2**	**Unterrichtsreihe III Geometrie 1**	**Unterrichtsreihe IV Geometrie 2**	**Unterrichtsreihe V Geometrie 3**	**Unterrichtsreihe VI Geometrie 4**
Thema: Optimierungsprobleme ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Problemlösen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** Funktionen als mathematische Modelle, Fortführung der Differentialrechnung ***Zeitbedarf:*** 20 Std.	***Thema:*** Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfelder:*** Funktionen und Analysis/Algebra ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** Funktionen als mathematische Modelle, Lineare Gleichungssysteme ***Zeitbedarf:*** 20 Std.	***Thema:*** Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) ***Zeitbedarf:*** weniger als 10 Std. - für alle vier Geometrieeinheiten: 40 Std.	***Thema:*** Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Skalarprodukt ***Zeitbedarf:*** weniger als 10 Std. - für alle vier Geometrieeinheiten: 40 Std.	***Thema:*** Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter ***Zentrale Kompetenzen:*** Argumentieren, Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) ***Zeitbedarf:*** mehr als 10 Std. - für alle vier Geometrieeinheiten: 40 Std.	***Thema:*** Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten ***Zentrale Kompetenzen:*** Argumentieren, Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) ***Zeitbedarf:*** mehr als 10 Std. - für alle vier Geometrieeinheiten: 40 Std.

Unterrichtsreihe VII Analysis 3	**Unterrichtsreihe VIII Analysis 4**	**Unterrichtsreihe IX Stochastik 1**	**Unterrichtsreihe X Stochastik 2**	**Unterrichtsreihe XI Stochastik 3**
Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand ***Zentrale Kompetenzen:*** Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Grundverständnis des Integralbegriffs ***Zeitbedarf:*** weniger als 10 Std. - für die Analysiseinheiten A3 und A4: 30 Std.	***Thema:*** Von der Randfunktion zur Integralfunktion ***Zentrale Kompetenzen:*** Argumentieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Integralrechnung ***Zeitbedarf:*** mehr als 20 Std. - für die Analysiseinheiten A3 und A4: 30 Std.	***Thema:*** Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen ***Zeitbedarf:*** 5 Std.	***Thema:*** Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Binomialverteilung ***Zeitbedarf:*** 10 Std.	***Thema:*** Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Binomialverteilung ***Zeitbedarf:*** 5 Std

Stufe Q1 Leistungskurs	Analysis 1
Thema: Optimierungsprobleme	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese und sie verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten. ***In Anpassung an die Abituranforderungen:*** bilden sie die Ableitungen weiterer Funktionen oder von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten, führen sie Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück und wenden sie die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren), sie verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren). ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden), sie wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …) (Lösen), sie setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen), sie berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen) und sie vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren) .	***Leitfrage:*** „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). ***In Anpassung an die Abituranforderungen:*** entwickeln die Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Stufe Q1 Leistungskurs	Analysis 2
Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen, sie bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“), sie beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung, sie verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, sie beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und sie wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren), sie verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen und nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen.	***Leitfrage:*** „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen. Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht. Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet es sich an, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen.

Stufe Q1 Leistungskurs	Geometrie 1
Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler stellen Geraden in Parameterform dar, sie interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext und sie stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) und sie verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software, und sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden und zum Darstellen von Objekten im Raum.	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Stufe Q1 Leistungskurs	**Geometrie 2**
Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es, sie untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) und sie bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden […], eventuell auch erst in der nächsten Einheit. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden), sie analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) und sie vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren).	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden. Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt. Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an. ***Vertiefungsmöglichkeit:*** Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$ und $(\vec{a})^2=(\vec{b})^2$ für die Seitenvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eines Parallelogramms. ***Eventuell über Hilfsebenen in der nächsten Einheit:*** In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

Stufe Q1 Leistungskurs	Geometrie 3
Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar, sie stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar, sie deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es, sie stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum und sie bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen) und sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen). ***Kommunizieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren), sie formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren) und sie wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren).	Die Thematik lässt sich von der Parameterform ausgehend erarbeiten oder umgekehrt z. B. auch auf folgendem Weg: Betrachtet wird die Gleichung $\vec{n}\cdot(\vec{x}-\vec{a})=0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet. Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform und, über den Kernlehrplan hinausgehend, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) können z. B. in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt werden. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet. Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft. Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.

Stufe Q1 Leistungskurs	Geometrie 4
Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, sie untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden […], sie berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext und sie bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten), sie stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen), sie berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen) und sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen). ***Kommunizieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren), sie verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren), sie wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren), sie erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren) und sie vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren).	Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

Stufe Q1 Leistungskurs	Analysis 3
Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe, sie deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext und sie skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Kommunizieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren), sie formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren), sie wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Produzieren), sie wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren), sie dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (Produzieren) und sie erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren).	***Hinweis:*** Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs. Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden. Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Stufe Q1 Leistungskurs	Analysis 4
Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, sie erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion, sie deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen, sie nutzen die Linearität von Integralen zur Bestimmung von Stammfunktionen und die Intervalladditivität bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven, sie begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs, sie bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, sie bestimmen Integrale numerisch […], sie ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion und sie bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen auf (Vermuten), sie unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten), sie präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten), sie stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen), sie verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (Begründen), sie erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (Begründen) und sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen […] digitale Werkzeuge (Tabellenkalkulation mit Graphenanzeige) zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse und zum Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals.	Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) – J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen. In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.). Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.

Stufe Q1 Leistungskurs	Stochastik 1
Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben, sie erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen, sie bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren).	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Stufe Q1 Leistungskurs	**Stochastik 2**
Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente, sie erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten und sie nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen. **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] und sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, zum Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen und zum Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen.	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). ***Hinweis:*** Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Stufe Q1 Leistungskurs	Stochastik 3
Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung, sie bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen, sie nutzen die s-Regeln für prognostische Aussagen und sie nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen (Mittelwert und Standardabweichung) zur Lösung von Problemstellungen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden), sie wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden), sie erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (Lösen) und sie interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (Reflektieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] und sie verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Variieren der Parameter von Binomialverteilungen, zum Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, zum Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) und zum Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen.	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

Stufe Q2 Leistungskurs			Übersicht
Unterrichtsreihe I Analysis 5	**Unterrichtsreihe II Analysis 6**	**Unterrichtsreihe III Stochastik 4**	**Unterrichtsreihe IV Stochastik 5**
Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Fortführung der Differentialrechnung ***Zeitbedarf:*** 20 Std. - evtl. weniger zugunsten anderer Einheiten	***Thema:*** Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren ***Inhaltsfeld:*** Funktionen und Analysis ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** Fortführung der Differentialrechnung, Integralrechnung ***Zeitbedarf:*** 20 Std.	***Thema:*** Ist die Glocke normal? ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Problemlösen, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Normalverteilung ***Zeitbedarf:*** 10 Std.	***Thema:*** Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Kommunizieren ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Testen von Hypothesen ***Zeitbedarf:*** 10 Std.

Unterrichtsreihe V Stochastik 6	**Unterrichtsreihe VI Geometrie 5**	**Unterrichtsreihe VII Geometrie 6**
Thema: Von Übergängen und Prozessen ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Argumentieren ***Inhaltsfeld:*** Stochastik ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Stochastische Prozesse ***Zeitbedarf:*** 10 Std.	***Thema:*** Untersuchungen an Polyedern ***Zentrale Kompetenzen:*** Problemlösen, Werkzeuge nutzen ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltliche Schwerpunkte:*** Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen), Lineare Gleichungssysteme. ***Zeitbedarf:*** 10 Std.	***Thema:*** Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben ***Zentrale Kompetenzen:*** Modellieren, Problemlösen ***Inhaltsfeld:*** Geometrie und Algebra ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** Verknüpfung aller Kompetenzen ***Zeitbedarf:*** 10 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Stufe Q2 Leistungskurs — Analysis 5</th></tr>
<tr><td colspan="2">Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus</td></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td><u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u>

Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion, sie nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion, sie bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: von der natürlichen Exponentialfunktion, von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis und von der natürlichen Logarithmusfunktion und sie nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: f(x)=1/x.

<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>

Problemlösen: Die Schülerinnen und Schüler erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen), sie führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen) und sie variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren).
Werkzeuge nutzen: Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen und zum grafischen Messen von Steigungen, sie entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus und sie nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.</td>
<td>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Eulersche Zahl kann z. B. über Verzinsungsprobleme als Grenzwert der Folge (1+1/n)^n eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert. Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht. Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion kann graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen werden und wird anschließend mit der Kettenregel oder mit Hilfe der Eigenschaften als Umkehrfunktion der e-Funktion bewiesen.</td></tr>
</table>

Stufe Q2 Leistungskurs	**Analysis 6**
Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler verwenden zusammengesetzte Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit begrenztem Wachstum, sie bestimmen Integrale […] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen und sie ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (Mathematisieren), sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren), sie verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren).	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).

Stufe Q2 Leistungskurs	**Stochastik 4**
Thema: Ist die Glocke normal?	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion, sie untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen und sie beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve). **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren). ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) und sie wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, zum Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, zum Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen und zum Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen, sie nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, sie entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden, Berechnen und Darstellen und sie reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend bietet sich ein Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen an: Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. ***Ergänzung für leistungsfähige Kurse:*** Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Stufe Q2 Leistungskurs	Stochastik 5
Thema: Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse und sie beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art.	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen entwickelt werden.
Prozessbezogene Kompetenzen ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren). ***Kommunizieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren), sie formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren) und sie führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (Diskutieren).	Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

Stufe Q2 Leistungskurs	Stochastik 6
Thema: Von Übergängen und Prozessen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
<u>Inhaltsbezogene Kompetenzen</u> Die Schülerinnen und Schüler beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen und sie verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). **<u>Prozessbezogene Kompetenzen</u>** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) und sie beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren). ***Argumentieren:*** Die Schülerinnen und Schüler präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten), sie nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen), sie stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen) und sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen).	Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann. Aus graphischen Darstellungen stochastischer Prozesse sollen Matrix-Vektor-Darstellungen entwickelt werden. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

Stufe Q2 Leistungskurs	Geometrie 5
Thema: Untersuchungen an Polyedern	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar, sie beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, sie wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, sie interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen, sie stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, sie untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen, sie berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, sie untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) und sie bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden), sie analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) (Lösen), sie wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen) und sie beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren). ***Werkzeuge nutzen:*** Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen und zum Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen.	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier kann eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. Das Gauß-Verfahren soll dabei anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Stufe Q2 Leistungskurs	**Geometrie 6**
Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler stellen Geraden in Parameterform dar, sie stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar, sie stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, sie untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen, sie berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, sie untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), sie stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum und sie bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. **Prozessbezogene Kompetenzen** ***Modellieren:*** Die Schülerinnen und Schüler erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), sie übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), sie erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), sie beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren) und sie reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren). ***Problemlösen:*** Die Schülerinnen und Schüler wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden), sie entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen), sie nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (Lösen), sie führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen), sie vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren), sie beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren), sie analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren) und sie variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren).	Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten. Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden. Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen-(Tangenten-)satz von Euklid. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.